Norges Tekniske Høgskole
Institutt for Datateknikk og Telematikk
Datamaskingruppen Studieåret 1995/96

Fag 45214 Datamaskinarkitektur

Løsningsforslag til øving 2

Oppgave 1:

a) N innganger kan permuteres på $N!$ forskjellige måter.

b) Omega-nettet har n trinn, hver med $N/2 = 2^{n-1}$ celler (svitsje-bokser); totalt har nettet altså $n \cdot 2^{n-1}$ celler.

Siden det her kun er snakk om permutasjoner (ikke kringkasting), benyttes to tilstander (parallell og kryss) i hver celle. Det samlede antall tilstander for nettet blir da $2^{\#celler} = 2^{n \cdot 2^{n-1}} = N^{N/2}$, og dette blir da antallet forskjellige permutasjoner som kan utføres.

$N = 8 \Rightarrow \#$ permutasjoner $= 8^4 \Rightarrow$ prosentandelen $= 8^4/8! = 10.16\%$.

c) Skriver

$$\begin{aligned} T &= (t_{n-1}t_{n-2}\cdots t_1 t_0)_2 \quad , \\ S &= (s_{n-1}s_{n-2}\cdots s_1 s_0)_2 \quad , \quad \text{og} \\ D &= (d_{n-1}d_{n-2}\cdots d_1 d_0)_2 \quad ; \quad t_i = s_i \oplus d_i \ . \end{aligned}$$

Rutingen foregår da slik: På det i'te trinnet settes svitsje-cellen til parallellforbindelse dersom $t_i = 0$, og til kryssforbindelse dersom $t_i = 1$.

Fordeler ved å benytte T istedet for D er blant annet:

- Enkel ruting : Svitsje-cellenes funksjon angis eksplisitt av ett eneste bit i rutingsmerket.
- Mottakeren kan identifisere senderen ved $S = D \oplus T$

d) Betrakt tilfellet at informasjon skal kringkastes fra PE$_s$, med adresse $S = (s_{n-1}s_{-2}\cdots s_1 s_0)_2$, til 2^h destinasjoner. Adressene til disse destinasjons-PE'ene avviker fra hverandre i h bit, de resterende er like. La $\mathcal{D}$ være mengden av de h bitnummer $(0 \ldots n-1)$ som angir hvilke bit som er forskjellige i de h destinasjonsadressene. Rutingalgoritmen blir da, for trinn i:

if $i \in \mathcal{D}$
then
    if $s_i = 0$
    then
        Kringkast fra den øvre inngangen til begge utganger
    else
        Kringkast fra den nedre inngangen til begge utganger
else
    Følg regelen fra c) for denne cella

Oppgave 2:

a) For å konstruere et nettverk for en 64-node multidatamaskin, kan vi bruke:

- En 3D-torus med 4 noder langs hver dimensjon. De relevante parametrene blir: $d = 3\lfloor r/2 \rfloor = 6$, $D = 3\lfloor r/2 \rfloor = 6$, og $l = 3N = 192$. Dermed blir $d \times D \times l = 6912$.
- En 6-dimensjonell hyperkube. De relevante parametrene blir: $d = n = 6$, $D = n = 6$, og $l = n \times N/2 = 6 \times 64/2 = 192$. Vi har dermed $d \times D \times l = 6912$.
- En CCC med dimensjon $k = 4$. De relevante parametrene blir: $d = 3$, $D = 2k - 1 + \lfloor k/2 \rfloor = 2 \times 4 - 1 + \lfloor 4/2 \rfloor = 9$, og $l = 3N/2 = 96$. Dermed blir $d \times D \times l = 2592$.

Resultatene er listet opp i tabellen under:

Nettverk	d	D	l	$(d \times D \times l)^{-1}$	Rank
Torus	6	6	192	1/6912	2
6-kube	6	6	192	1/6912	2
CCC	3	9	96	1/2592	1

Hvis kvaliteten til et nettverk skal måles ved $(d \times D \times l)^{-1}$, er CCC-nettverket bedre enn 3D-torus og 6-kuben. En 3D-torus og 6-kube vil ha samme kvalitet.

b)
- 3D-torus og hyperkuben har de samme nettverks-parametrene: Vi har $\sum_{i=1}^{D} = \frac{(1+6)\times 6}{2} = 21$. $P(i)$ er sannsynligheten for informasjonsutveksling mellom noder ved en avstand i. Vi har således:

$$P(1) = \frac{6}{21}, P(2) = \frac{5}{21}, P(3) = \frac{4}{21}, P(4) = \frac{3}{21}, P(5) = \frac{2}{21}, P(6) = \frac{1}{21}.$$

  α blir da:

$$1 \times \frac{6}{21} + 2 \times \frac{5}{21} + 3 \times \frac{4}{21} + 4 \times \frac{3}{21} + 5 \times \frac{2}{21} + 6 \times \frac{1}{21} = \frac{56}{21} = \frac{8}{3}.$$

- For CCC har vi $\sum_{i=1}^{D} = \frac{(1+9)\times 9}{2} = 45$. $P(i)$ blir dermed:

$$P(1) = \frac{9}{45}, P(2) = \frac{8}{45}, P(3) = \frac{7}{45}, P(4) = \frac{6}{45}, P(5) = \frac{5}{45}, P(6) = \frac{4}{45}.$$

$$P(7) = \frac{3}{45}, P(8) = \frac{2}{45}, P(9) = \frac{1}{45}.$$

  α blir her:

$$1 \times \frac{9}{45} + 2 \times \frac{8}{45} + 3 \times \frac{7}{45} + 4 \times \frac{6}{45} + 5 \times \frac{5}{45} + 6 \times \frac{4}{45} + 7 \times \frac{3}{45} + 8 \times \frac{2}{45} + 9 \times \frac{1}{45} = \frac{165}{45}.$$

  Resultatene er listet opp i tabellen under:

Konklusjonen her blir at α til 4-CCC nettverket er større en det til 6-hyperkuben og 3D-torus. 6-hyperkuben og 3D-torus har samme α-verdi. Likheten mellom 6-hyperkuben og 3D-torus er slående: Faktisk har det blitt vist [Wang89] at når $k = 4$ (som her), vil en k-nær n-kube være eksakt tilsvarende en $2n$-dimensjonell binær hyperkube.

Nettverk	Gj.sn internode avstand	Rank
Torus	$\frac{8}{3} = 2.67$	1
6-kube	$\frac{8}{3} = 2.67$	1
CCC	$\frac{165}{45} = 3.67$	2