Løsningsforslag til Øving 3: html versjon kommer senere.

Oppgave 1

Fordeling 1:

Tid med 1 prosessor: $T_1 = 1$.
Tid med n prosessorer:

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot d_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}}{n}$$

Hastighetsøkningen blir dermed:

$$\underline{S} = \frac{T_1}{T_n} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}} \leq \underline{\frac{n}{ln\ n}}$$

Fordeling 2:

Tid med 1 prosessor: $T_1 = 1$.
Tid med n prosessorer:

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot d_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{i}{\sum_{j=1}^{n} j} \frac{1}{i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} j} = \frac{2}{n(n+1)}$$

Hastighetsøkningen blir dermed:

$$\underline{S} = \frac{T_1}{T_n} = \underline{\frac{n(n+1)}{2}}$$

Fordeling 3:

Tid med 1 prosessor: $T_1 = 1$.
Tid med n prosessorer:

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot d_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{n-i+1}{\sum_{j=1}^{n} j} \frac{1}{i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{n-i+1}{i} \frac{2}{n(n+1)} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} - \frac{1}{n+1}$$

Hastighetsøkningen blir dermed:

$$\underline{S} = \frac{T_1}{T_n} = \frac{1}{\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} - \frac{1}{n+1}} \leq \frac{1}{\frac{2}{n} \ln n - \frac{1}{n+1}} \approx \underline{\frac{n}{2 \ln n - 1}}$$

Plottet under viser hastighetsøkning (*Speedup*) som funksjon av antall prosessorer.

kommer snaert

Oppgave 2

1.

$$C_0 = 2 * 1024 + 2 * \frac{1024 * 1025}{2} = \underline{1051648}$$

2. "Tregeste prosessor" er prosessor #32, siden denne har flest addisjoner pr. I-verdi:

$$C_1 = 2 * 32 + 2 * 32 * 992 + 2 * \frac{32 * 33}{2} = 64608$$

$$Speedup = \frac{T_1}{T_{32}} = \frac{1051648}{64608} \approx \underline{16.3}$$

3. For å balansere lasten, deler vi den ytterste løkken opp i 64 deler, slik at hver får 16 iterasjoner. Slik kan prosessor 1 få første og siste gruppe, prosessor 2 få andre og nest siste gruppe og så videre. Vi får dermed den modifiserte koden:

```
      DOALL ℓ = 1, 32
            DO 10 I = (ℓ-1) × 16 + 1, ℓ × 16
                SUM(I) = 0
                DO 20 J = 1, I
20                  SUM(I) = SUM(I) + J
10              CONTINUE
            DO 30 I = (64 - ℓ) × 16 + 1, (64 - ℓ + 1) × 16
                SUM(I) = 0
                DO 40 J = 1, I
40                  SUM(I) = SUM(I) + J
30              CONTINUE
      ENDALL
```

4. Vi ser bort i fra "overhead" fra kontrol-flyt. Antall sykler som trengs for beregning for en prosessor $\ell, 1 \leq \ell \leq 32$, blir da:

$$
\begin{aligned}
C_2 &= \sum_{i=(\ell-1)\times 16+1}^{\ell\times 16} (2\times i+1) + \sum_{i=(64-\ell)\times 16+1}^{(64-\ell+1)\times 16} (2\times i+1) \\
&= \{[(\ell-1)\times 16+2+\ell\times 16+1]+ \\
&\quad [(64-\ell)\times 16+2+(64-\ell+1)\times 16+1]\}\times 16 \\
&= 2054\times 16 = 32,684.
\end{aligned}
$$

Hastighetsøkningen sammenlignet med en-prosessor tilfellet blir da

$$Speedup = \frac{1051684}{32864} = 32.$$